Problemas resueltos de Propagación de Sobretensiones

1) Un cable subterráneo tiene una inductancia de $1{,}88 \cdot 10^{-4}\ \frac{H}{km}$ y una capacidad de $4 \cdot 10^{-7}\ \frac{F}{km}$. Se halla conectado a una línea con inductancia $9{,}4 \cdot 10^{-4}\ \frac{H}{km}$ y capacidad $7{,}5 \cdot 10^{-9}\ \frac{F}{km}$.

Una onda de tensión $1\,{}^{\circ}\!/_{1}$ viaja por el cable hacia la línea. Determinar la elevación de tensión en la transición.

$$Z_{0C} = \sqrt{\frac{L_C}{C_C}} = \sqrt{\frac{1{,}88 \cdot 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-7}}} = 21{,}68\,\Omega \qquad Z_{0L} = \sqrt{\frac{L_L}{C_L}} = \sqrt{\frac{9{,}4 \cdot 10^{-4}}{7{,}5 \cdot 10^{-9}}} = 354\,\Omega$$

$$\rho_T = \frac{Z_{0L} - Z_{0C}}{Z_{0L} + Z_{0C}} = \frac{354 - 21{,}68}{354 + 21{,}68} = 0{,}88$$

La tensión en la transición es: $V^+ + V^- = 1 + 0{,}88 = 1{,}88\ {}^{\circ}\!/_{1}$

2) Dibujar El diagrama reticulado (Lattice) para la corriente y graficar la función corriente-tiempo en el extremo transmisor de una línea bifilar con $Z_0 = 30\,\Omega$ energizada con $1\,{}^{\circ}\!/_{1}$ cuando la línea termina en:

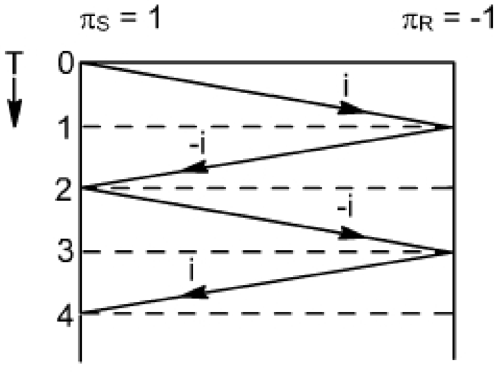
a) Circuito abierto

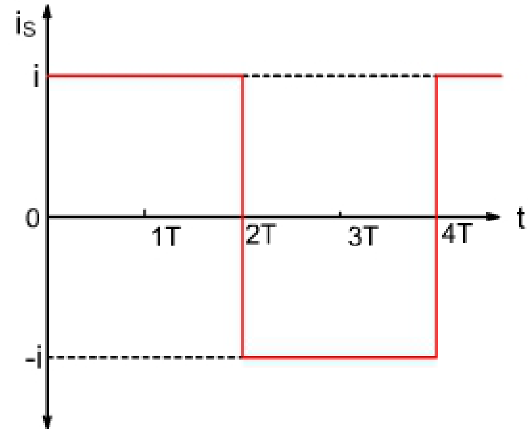
b) Cortocircuito

NOTA: La fuente no tiene impedancia interna

a) $\pi_S = -\frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} = -\frac{0-30}{0+30} = 1$

$$\pi_R = -\frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} = -\frac{\frac{Z_C}{Z_C} - \frac{Z_0}{Z_C}}{\frac{Z_C}{Z_C} + \frac{Z_0}{Z_C}} = -\frac{1 - \frac{Z_0}{Z_C}}{1 + \frac{Z_0}{Z_C}} = -\frac{1 - \frac{30}{\infty}}{1 + \frac{30}{\infty}} = -\frac{1-0}{1+0} = -1$$

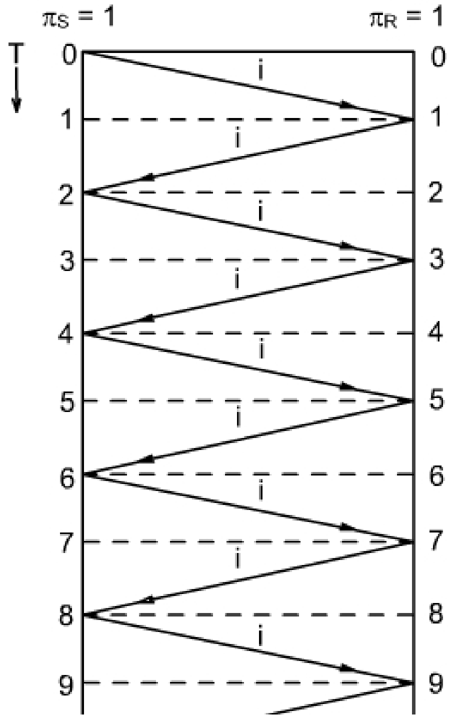


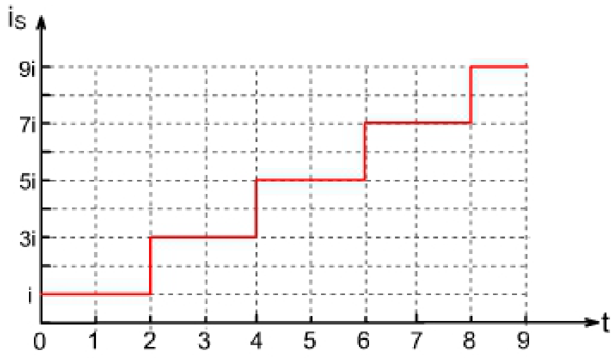


T	i_{ST-1}	I^+	I^-	$i_{ST} = i_{ST-1} + I^+ + I^-$
0	0	i	0	i
2	i	-i	-i	-i
4	-i	i	i	i

b)

$$\pi_S = -\frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} = -\frac{0-30}{0+30} = 1 \qquad \pi_R = -\frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} = -\frac{0-30}{0+30} = 1$$





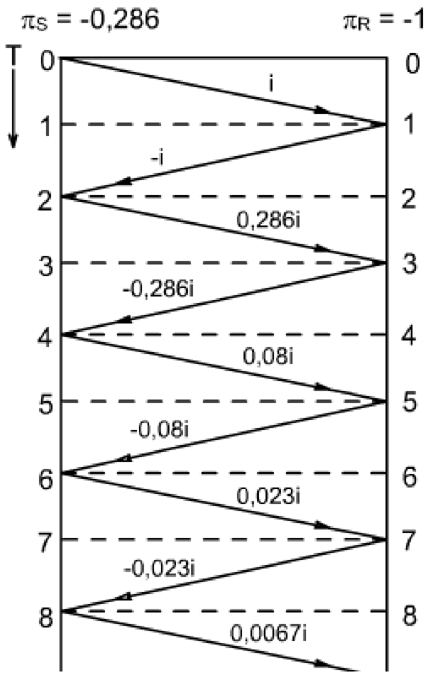
T	i_{ST-1}	I^+	I^-	$i_{ST} = i_{ST-1} + I^+ + I^-$
0	0	i	0	i
2	i	i	i	3i
4	3i	i	i	5i
6	5i	i	i	7i
8	7i	i	i	9i

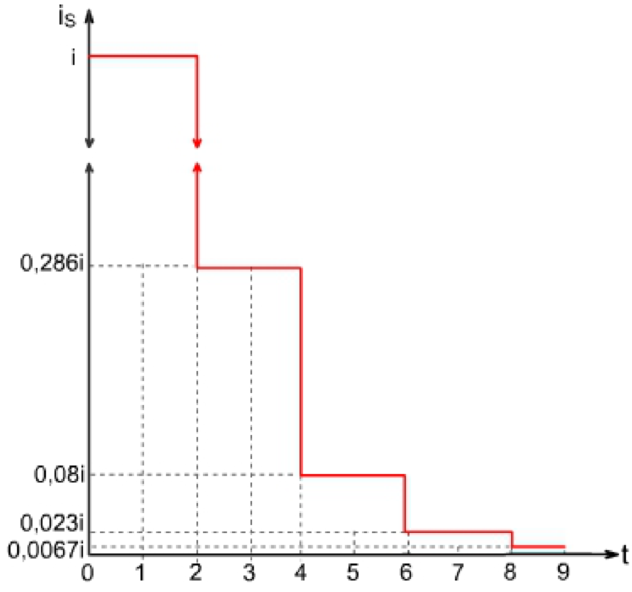
3) Resolver el problema 2) si se conecta una resistencia $R = 54\ \Omega$ en serie con la fuente.

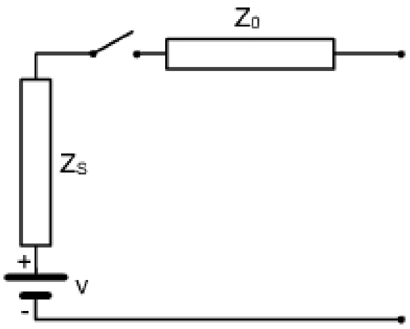
a)

$$\pi_S = -\frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} = -\frac{54-30}{54+30} = -0{,}286$$

$$\pi_R = -\frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} = -\frac{1-\frac{30}{\infty}}{1+\frac{30}{\infty}} = -\frac{1-0}{1+0} = -1$$

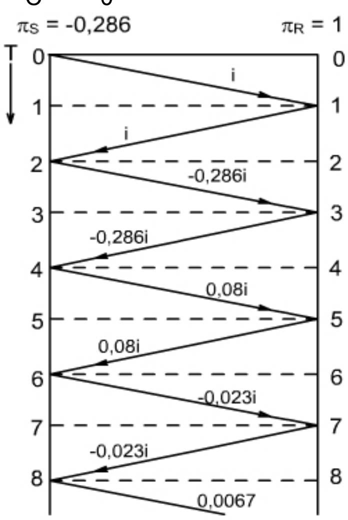


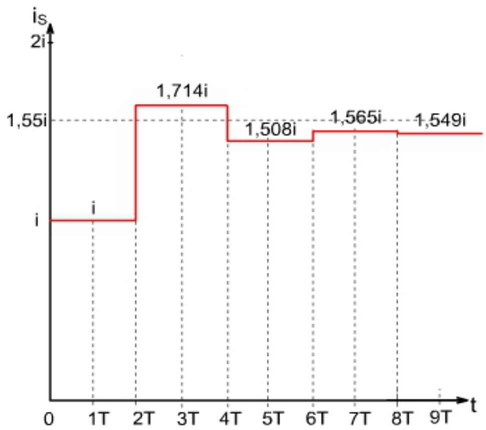


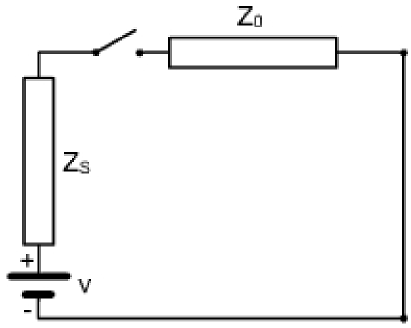


T	i_{ST-1}	I^+	I^-	$i_{ST} = i_{ST-1} + I^+ + I^-$
0	0	i	0	i
2	i	-i	0,286i	0,286i
4	0,286i	-0,286i	0,08i	0,08i
6	0,08i	-0,08i	0,023i	0,023i
8	0,023i	-0,023i	0,0067i	0,0067i

b) $\pi_S = -\dfrac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} = -\dfrac{54 - 30}{54 + 30} = -0{,}286 \qquad \pi_R = -\dfrac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} = -\dfrac{0 - 30}{0 + 30} = 1$







T	i_{ST-1}	I^+	I^-	$i_{ST} = i_{ST-1} + I^+ + I^-$
0	0	i	0	i
2	i	i	-0,286i	1,714i
4	1,714i	-0,286i	0,08i	1,508i
6	1,508i	0,08i	-0,023i	1,565i
8	1,565i	-0,023i	0,0067i	1,549i

$i = \frac{v}{Z_S + Z_0} = \frac{v}{54+30} = \frac{v}{84} \Rightarrow v = 84 \cdot i$. Cuando $t \to \infty$, $Z_0 \to 0 \therefore$ y el valor de la corriente permanente $i_p = \frac{v}{Z_S} = \frac{84 \cdot i}{54} = 1{,}55 \cdot i$

4) Una línea tiene los siguientes parámetros: $d = 1\,\mathrm{m};\ L = 1\frac{H}{m};\ C = 1\frac{F}{m}$. El extremo trasmisor tiene una fuente de cc de 30 v de resistencia interna 0,5 Ω. El extremo receptor tiene una carga de 3 Ω.
Determinar la tensión que habrá en la mitad de la línea a los 2,3; 3,8 y 5,7 segundos después de haber cerrado el interruptor.

La impedancia característica de la línea es: $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 1\Omega$. El coeficiente de reflección de la tensión en el receptor es: $\rho_R = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} = \frac{3-1}{3+1} = 0{,}5$ y en el transmisor es: $\rho_S = \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} = \frac{0{,}5-1}{0{,}5+1} = -\frac{1}{3}$

La onda de tensión incidente que viaja desde el trasmisor al receptor cuando se cierra el interruptor es una fracción de la tensión total, debido a que parte cae en la resistencia interna de la fuente, la corriente incidente será: $i^+ = \frac{v_S}{Z_S + Z_0}$, la caída de tensión en Z_S es: $\Delta v_S = Z_S \cdot i^+$ y $v^+ = v_S - \Delta v_S$, reemplazando queda:

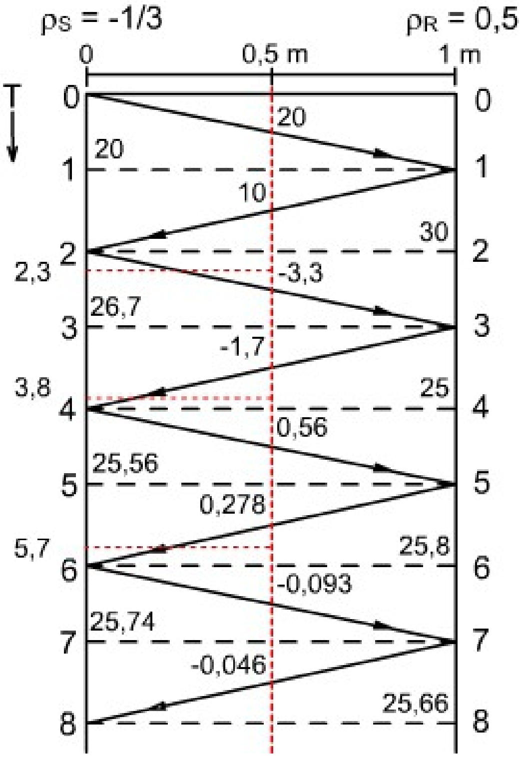
$$v^+ = v_S - \frac{Z_S \cdot v_S}{Z_S + Z_0} = 30 - \frac{0{,}5 \cdot 30}{0{,}5+1} = 20\ \mathrm{v}$$

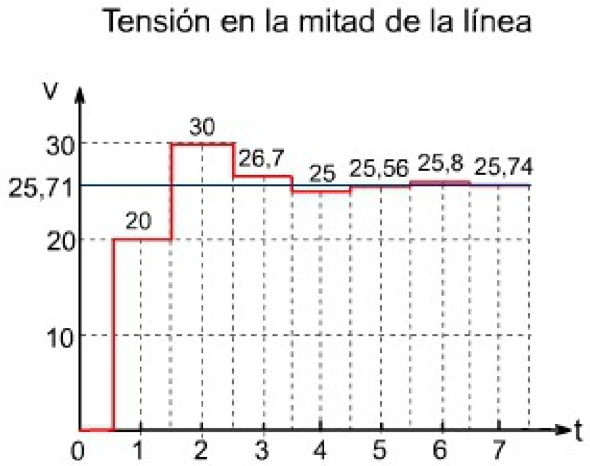
La velocidad de propagación de la onda es: $\upsilon = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = 1\frac{m}{s}$ por lo tanto, siendo la longitud d = 1 m, el tiempo de viaje entre extremos es T = 1 s

Pasado el transitorio, cuando $t \to \infty$, la corriente permanente es: $i_p = \frac{v_S}{Z_S + Z_R}$

el valor de la tensión en la mitad de la línea es la misma que en el extremo receptor:

$$v_R = i_p \cdot Z_R = \frac{v_S}{Z_S + Z_R} \cdot Z_R = \frac{30}{0{,}5+3} \cdot 3 = 25{,}71\,\mathrm{v}$$





t [seg]	Tensión [v]
2,3	30
3,8	25
5,7	25,8

5) La tensión de una fuente de cc se aplica a una línea de transmisión aérea cerrando un interruptor. El extremo receptor de la línea está conectado a un cable subterráneo. Considerar a ambos como ideales y como tensión inicial en la línea igual a v^+.
Si las impedancias características de la línea y el cable son 400 Ω y 50 Ω respectivamente y el extremo receptor del cable está abierto, hallar la tensión en la transición inmediatamente después de la llegada del la onda incidente y la tensión en el extremo abierto del cable inmediatamente después de la llegada de la primera onda de tensión.

La tensión en la transición es:

$$v_{RL} = v^+ + v^- = v^+ + v^+ \cdot \frac{Z_C - Z_L}{Z_C + Z_L} = v^+ + v^+ \cdot \frac{50-400}{50+400} = 0{,}22 \cdot v^+$$

, esta es, también, la tensión que se refracta, tensión incidente para el cable. En el extremo receptor del cable:

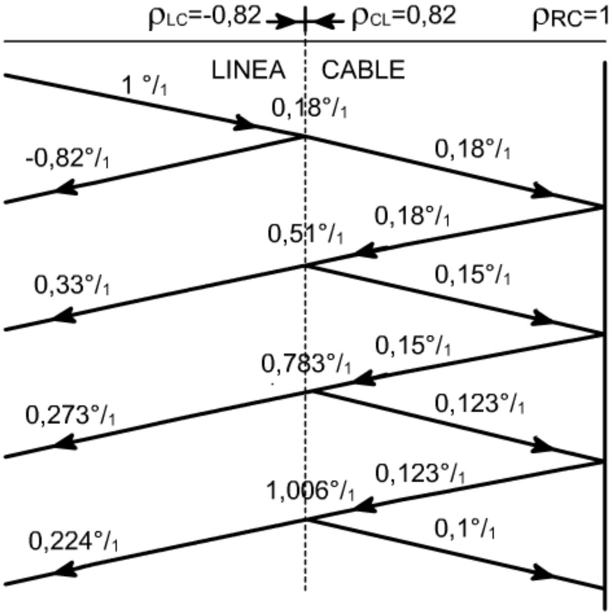
$$v_{RC} = v_{RL} + v_{RL}^- = v_{RL} + v_{RL} \cdot \frac{Z_{RC} - Z_L}{Z_{RC} + Z_L} = v_{RL} + v_{RL} \cdot \frac{\frac{Z_{RC}}{Z_{RC}} - \frac{Z_L}{Z_{RC}}}{\frac{Z_{RC}}{Z_{RC}} + \frac{Z_L}{Z_{RC}}} =$$

Como el circuito está abierto: $Z_{RC} = \infty$, entonces:

$$V_{RC} = 0{,}22 \cdot v^+ + 0{,}22 \cdot v^+ \cdot \frac{1-0}{1+0} = 0{,}44 \cdot v^+$$

6) Una línea aérea de trasmisión está conectada a un cable. Sus impedancias son 500 Ω y 50 Ω respectivamente. El cable está abierto en su extremo receptor.

Aplicando desde el extremo trasmisor de la línea una tensión de $1\%_1$ y considerando a este extremo como lejano, hacer el diagrama reticulado correspondiente.



Coeficientes de reflección:

De línea a cable:

$$\rho_{LC} = \frac{50-500}{50+500} = -0{,}82$$

De cable a línea:

$$\rho_{CL} = \frac{50-500}{50+500} = 0{,}82$$

En el extremo abierto del cable: $\rho_C = 1$

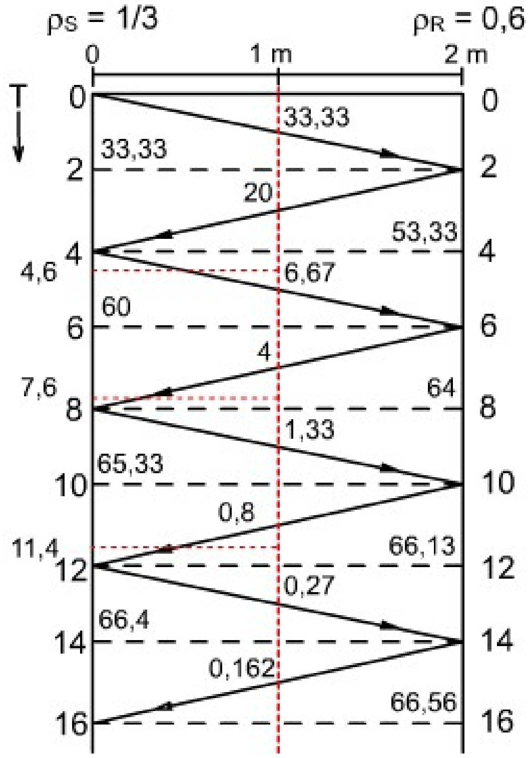
7) Repetir el problema 4) para los siguientes parámetros y tiempos de 4,6; 7,6 y 11,4 segundos: $d = 2\,\text{m};\ L = 1\,\frac{H}{m};\ C = 1\frac{F}{m};\ v_S = 100\text{ v};\ Z_S = 2\,\Omega;\ Z_R = 4\,\Omega$.

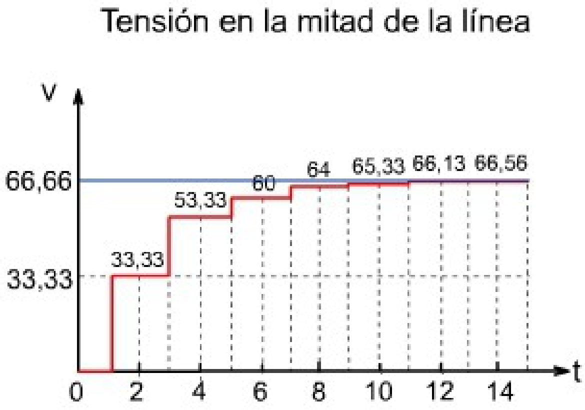
La impedancia característica de la línea es: $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = 1\Omega$. El coeficiente de reflección de la tensión en el receptor es: $\rho_R = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} = \frac{4-1}{4+1} = 0{,}6$ y en el transmisor es: $\rho_S = \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} = \frac{2-1}{2+1} = \frac{1}{3}$

La onda de tensión incidente que viaja desde el trasmisor al receptor cuando se cierra el interruptor es una fracción de la tensión total, debido a que parte cae en la resistencia interna de la fuente: $v^+ = v_s \cdot \frac{Z_0}{Z_0 + Z_S} = 100 \cdot \frac{1}{1+2} = 33{,}33\text{ v}$

La velocidad de propagación de la onda es: $\upsilon = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = 1\frac{m}{s}$ por lo tanto, siendo la longitud d = 2 m, el tiempo de viaje entre extremos es T = 1 s

Pasado el transitorio, cuando $t \to \infty$ el valor de la tensión en la mitad de la línea es la misma que en el extremo receptor: $V_R = \frac{V_S}{Z_S + Z_R} \cdot Z_R = \frac{100}{2+4} \cdot 4 = 66{,}67\text{ v}$





t [seg]	Tensión [v]
4,6	53,33
7,6	64
11,4	66,13

8) Una línea de trasmisión de 300 m de longitud tiene $Z_0 = 400\,\Omega$. En un extremo de la línea se conecta una batería con una f.e.m. de 100 v y resistencia interna nula, el otro extremo se deja en circuito abierto. Dibujar el diagrama de reticulado y a partir de este dibujar las oscilaciones de tensión en el extremo abierto de la línea.

$$\rho_S = \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0} = -1;\ \rho_R = \frac{Z_R - Z_0}{Z_R + Z_0} = 1$$